

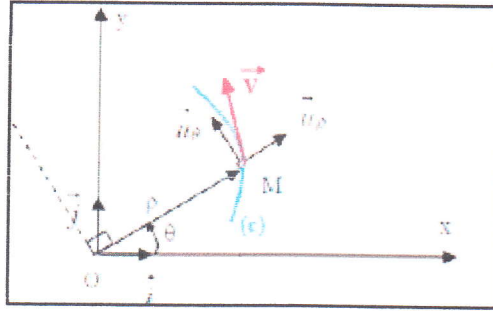
اعمل بجد في صمت
ودع النجاح
يحدث الضجيج

امتحان السداسي الأول في مادة الميكانيكالتمرين الأول: 4 نقاط

- اثبت إن عبارة شعاع السرعة في الإحداثيات الكروية تكتب عل الشكل التالي:

$$\vec{V} = \dot{r}\vec{U}_r + r\dot{\theta}\vec{U}_\theta + r\dot{\phi}\sin\theta\vec{U}_\phi$$

- اكتب عبارة شعاع التسارع في الإحداثيات القطبية مبرهن ذلك انطلاقا من شعاع الموضع

التمرين الثاني: 10 نقاط

نقطة مادية M كتلتها m . نحددّها في معلم ثابت Oxyz بإحداثياتها

الإسطوانية (ρ, θ, z) حيث: ρ = R, θ = ωt, z = hθ . R ثابتان

موجبان . t الزمن .

1/ أكتب عبارة شعاع الموضع OM في الإحداثيات الكارتيزية (O, i, j, k).

2/ أ/ بين طبيعة حركة النقطة M في المستوى Oxy.

ب/ بين طبيعة حركة النقطة M على المحور Oz.

ج/ بين طبيعة حركة النقطة M المحصلة في المعلم.



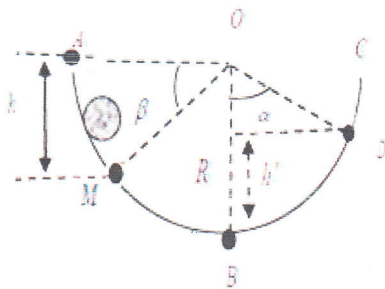
الناجح

لديه خطة وبرنامج

أما القاشل فلهديه تبريرات

- 3/ حدد الاحداثيات الكارتيزية وطويلة كل من شعاعي السرعة والتسارع.
- 4/ احسب الفاصلة المنحنية $s(t)$ للنقطة M حيث: $s(0) = 0$.
- 5/ حدد المركبات المماسية والناظمية لشعاع التسارع.
- 6/ احسب نصف قطر انحناء المسار R_c للنقطة M .
- 7/ برهن أن شعاع السرعة يصنع زاوية α ثابتة مع المحور Oz .
- 8/ اكتب شعاع الموضع وشعاع السرعة وشعاع التسارع في الاحداثيات الاسطوانية.
- 9/ حدد اشعة الوحدة T, N و B بالنسبة للمعلم (O, i, j, k) .

التمرين الثالث: 6 نقاط



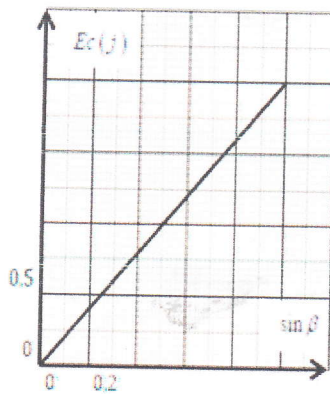
تألق كرة كتلتها m على مسار دائري نصف قطره $R = 80\text{cm}$

تنطلق الكرة من الموضع A بدون سرعة ابتدائية لتمر من الموضع M المجند بالزاوية β .

4- الجزء AB أملس:

1- قمنا بدراسة تغيرات الطاقة الحركية Ec للجسملة (كرة) بدلالة $\sin \beta$

فتحصلنا على البيان المقابل:



أ- اكتب عبارة Ec بدلالة: m, g, R و β . (طبق نظرية العير الطاقة الحركية)

ب- اكتب المعادلة البيانية، ثم احسب كتلة الكرة m .

ج- أوجد من البيان قيمة الطاقة الحركية Ec في الموضع B ، واستنتج أن سرعتها في

هذا الموضع تساوي $v_B = 4 \text{ m/s}$.

II- الجزء BD أملس:

تواصل الكرة حركتها على هذا الجزء لتتوقف في الموضع D المعروف بالزاوية $\alpha = 60^\circ$. في هذا الجزء قوى الاحتكاك تكافئ قوة وحيدة $\vec{F}$ شديها ثابتة وجنبتها عكس جهة الحركة.

1- أثبت أن الارتفاع h' يمكن كتابته على الشكل: $h' = R(1 - \cos \alpha)$

2- احسب عمل قوة رد فعل السطح الدائري $\vec{R}_N$ على الكرة وعمل قوة ثقلها $\vec{P}$.

3- احسب عمل قوة الاحتكاك $\vec{F}$.

انتهى بالتوفيق للجميع



نعي نتجج يجب على
ر هبتك في
تفوق خوفك من
القاشل

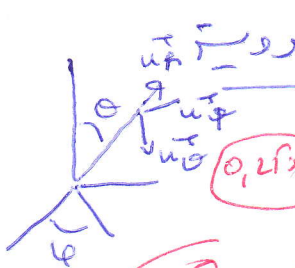
تصحيح امتحان السواحي الأول في مادة

الميكانيكا سنة أولى PEST

2024 - 2025

المَرَّة الأولى (4/4)

1 - عبارة شغل السرعة في إحداثيات الكروية



$$\vec{r} = \frac{d\vec{on}}{dt}, \quad \vec{on} = r \vec{ur}$$

$$\vec{v} = \frac{d}{dt} (r \cdot \vec{ur}) = \dot{r} \vec{ur} + r \frac{d\vec{ur}}{dt} \quad (*)$$

$$\vec{ur} = \sin \theta \cos \varphi \vec{i} + \sin \theta \sin \varphi \vec{j}$$

$$\vec{u\theta} = -\sin \varphi \vec{i} + \cos \varphi \vec{j}$$

$$\vec{u\phi} = -\cos \theta \cos \varphi \vec{i} + -\cos \theta \sin \varphi \vec{j} - \sin \theta \vec{k}$$

$$\frac{d\vec{ur}}{dt} = \frac{d}{dt} (\sin \theta \cos \varphi \vec{i} + \sin \theta \sin \varphi \vec{j} + \cos \theta \vec{k})$$

$$\frac{d\vec{ur}}{dt} = \dot{\theta} \vec{u\theta} + \dot{\varphi} \sin \theta \vec{u\phi} \quad (1)$$

نحصل من (1) أن:

$$\vec{v} = \dot{r} \vec{ur} + r \dot{\theta} \vec{u\theta} + r \dot{\varphi} \sin \theta \vec{u\phi}$$

2 - كتابة عبارة شغل آزا في إحداثيات انديسية

$$\vec{on} = \rho \vec{ur}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{on}}{dt}$$

$$\vec{v} = \frac{d}{dt} (\rho \vec{ur}) = \frac{d\rho}{dt} \vec{ur} + \rho \frac{d\vec{ur}}{dt} = \dot{\rho} \vec{ur} + \rho \dot{\theta} \vec{u\theta}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt} (\dot{\rho} \vec{ur} + \rho \dot{\theta} \vec{u\theta}) =$$

$$= \ddot{\rho} \vec{ur} + \dot{\rho} \dot{\theta} \vec{u\theta} + \dot{\rho} \dot{\theta} \vec{u\theta} + \rho \ddot{\theta} \vec{u\theta} + \rho \dot{\theta} \dot{\varphi} \vec{u\phi}$$

$$\vec{a}(t) = (\ddot{\rho} - \rho \dot{\theta}^2) \vec{ur} + 2(\dot{\rho} \dot{\theta} + \rho \ddot{\theta}) \vec{u\theta}$$

التزيك الثاني ١٥/١٥

١) كتابه عبارة شعاع الموضع $\vec{ON}$ في إحداثيات الكرتيزية :

$$\vec{ON} = \begin{cases} x = r \cos \omega t & 0,25 \\ y = r \sin \omega t & 0,25 \\ z = h\omega = h\omega t & 0,25 \end{cases}$$

$$\vec{ON} = r \cos \omega t \vec{i} + r \sin \omega t \vec{j} + h\omega t \vec{k} \quad 0,25$$

٢) سرعة الحركة انقطعية N في المستوى xy :

$$\vec{ON} = \begin{cases} x = r \cos \omega t \\ y = r \sin \omega t \end{cases} \quad x^2 + y^2 = r^2$$

$$x^2 + y^2 = r^2 \cos^2 \omega t + r^2 \sin^2 \omega t = r^2 (\cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t)$$

$$x^2 + y^2 = r^2 \quad 0,15$$

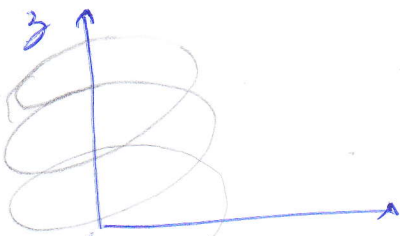
٣) سرعة الحركة انقطعية N في المستوى xy :

مع المحور z $z = h\omega t$ ~~الحركة مستقيمة~~ 0,25

٤) حركة حلزونية بسيطة 0,15

ملتقة مع أسطوانة دائرية

نصف قطرها r و h هو نصفها



٥) حساب الإحداثيات الكارتيزية و $\vec{v}$ و $\vec{a}$:

$$\vec{v} = \begin{cases} \dot{x} = -r\omega \sin \omega t & 0,25 \\ \dot{y} = r\omega \cos \omega t & 0,25 \\ \dot{z} = h\omega & 0,25 \end{cases}$$

$$||\vec{v}|| = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}$$

$$V = \sqrt{r^2 \omega^2 + h^2 \omega^2} = \sqrt{\omega^2 (r^2 + h^2)}$$

$$V = \omega \sqrt{r^2 + h^2} \rightarrow V = \omega \sqrt{r^2 + h^2} \quad \text{q2}$$

$\vec{a} \parallel \vec{v} \rightarrow \vec{a} \parallel \vec{v}$

$$\vec{a} = \begin{cases} \ddot{r} = -r\omega^2 \cos\omega t & \text{q2r} \\ \ddot{y} = -r\omega^2 \sin\omega t & \text{q2r} \\ \ddot{z} = 0 & \text{q2r} \end{cases}$$

$$a = \sqrt{\ddot{r}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2} = \sqrt{r^2 \omega^4 (\cos^2\omega t + \sin^2\omega t)}$$

$$a = r\omega^2 \quad \text{q1r}$$

(4) مسألة حساب المسافة المقطوعة بالسيارة

$$\frac{ds}{dr} = v = \omega \sqrt{r^2 + h^2} \quad ds = \omega \sqrt{r^2 + h^2} dr$$

بشكل متكامل

$$S = \int_0^r \omega \sqrt{r^2 + h^2} dr = \omega \sqrt{r^2 + h^2} \quad t \in [0, t_0]$$

المسافة المقطوعة $S(0) = 0, C = 0$

$$S = \omega \sqrt{r^2 + h^2} \quad \text{q1r}$$

(5) مسألة حساب السرعة المركبة الجارية والتي تتحرك في مسار دائري

المركبة الجارية

$$a_T = \frac{dv}{dr} = \frac{d}{dr} \omega \sqrt{r^2 + h^2} = 0 \quad \text{q1r}$$

و $a = a_N = \frac{v^2}{R} = \omega^2 r$ تسارع مركزي

(6) قوة الجذب $a_N = \frac{\omega^2 (r^2 + h^2)}{R} = \omega^2 r$

$$R = \frac{(r^2 + h^2)}{r}$$

$$R = r + \frac{h^2}{r} \quad \text{q1r}$$

③ باختيار الزاوية بين شعاع $\vec{r}$ والعمود $\vec{k}$

0.11 $\vec{r} \cdot \vec{k} = r \cos \alpha = w \sqrt{r^2 + h^2} \cos \alpha \quad \dots (1)$

0.12 $\vec{r} \cdot \vec{k} = (-rw \sin \omega t \vec{i} + rw \cos \omega t \vec{j} + hw \vec{k})$

$\vec{r} \cdot \vec{k} = hw = w \sqrt{r^2 + h^2} \cos \alpha$

0.21 $\cos \alpha = \frac{h}{\sqrt{r^2 + h^2}}$ ومنه الزاوية ثابتة

(8) الوصفيات المسطوية

0.22 $\vec{O}\vec{N} = \rho \vec{u}_\rho + h \omega t \vec{k}$

0.23 $\frac{d\vec{u}_\rho}{dt} = -\omega \vec{u}_\phi, \quad \frac{d\vec{u}_\phi}{dt} = \omega \vec{u}_\rho$

0.24 $\vec{v} = \rho \omega \vec{u}_\phi + h \omega \vec{k}$
 $|\vec{v}| = r \omega \vec{u}_\phi + h \omega \vec{k}$

0.25 $\vec{a} = -r \omega^2 \vec{u}_\rho$

(9) الشعاع وحدة المتجه الزاوي

0.26 $\vec{T} = \frac{\vec{v}}{v} = \frac{-r \sin \omega t \vec{i} + r \cos \omega t \vec{j} + h \vec{k}}{\sqrt{r^2 + h^2}}$

$\frac{d\vec{T}}{dt} = \omega \vec{N}, \quad \vec{N} = \frac{1}{\omega} \frac{d\vec{T}}{dt} = \frac{R}{v} \frac{d\vec{T}}{dt}$

$\vec{N} = \frac{(r^2 + h^2)(-r \omega \cos \omega t \vec{i} - r \omega \sin \omega t \vec{j} + 0)}{r \omega \sqrt{r^2 + h^2}}$

0.11 $\vec{N} = -\cos \omega t \vec{i} - \sin \omega t \vec{j}$

0.14 $\vec{B} = \vec{T} \wedge \vec{N} = \frac{1}{\sqrt{r^2 + h^2}} \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -r \sin \omega t & r \cos \omega t & h \\ \cos \omega t & \sin \omega t & 0 \end{vmatrix}$

0.15 $\vec{B} = \frac{h \sin \omega t \vec{i} - h \cos \omega t \vec{j} + r \vec{k}}{\sqrt{r^2 + h^2}}$

3-1 قيمة E_{CB} في البيان

$$E_{CB} = 4 \times 0,5$$

$$E_{CB} = 2J$$

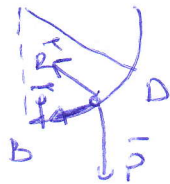
$$E_{CB} = \frac{1}{2} m V_B^2$$

$$V_B = \sqrt{\frac{2 E_{CB}}{m}}$$

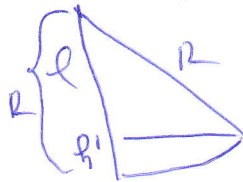
$$V_B = \sqrt{\frac{2 \times 2}{0,25}} = 4 \text{ m/s}$$

الميزة BD في البيان

$$V_D = 0$$



$$h' = R(1 - \cos \beta) \text{ (في البيان)}$$



$$R = l + h'$$

$$h' = R - l$$

$$= R - R \cos \beta$$

$$h' = R(1 - \cos \beta)$$

$$W_{BD}(\vec{P}) = 0, \vec{R} \perp BD$$

$$W_{BD}(\vec{P}) = -mgh'$$

$$W_{BD}(\vec{P}) = -mgR(1 - \cos \beta)$$

بمعنى نظرية تغير الطاقة

$$\Delta E_c = \sum W_{BD}(\vec{P})$$

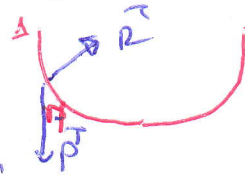
المعطيات: $R = 80 \text{ cm} = 0,8 \text{ m}$

$$V_A = 0$$

الميزة AB

1- عبارة E_c بدلالة β

بمعنى نظرية التغير في الطاقة الحركية



$$\Delta E_c = W_{AN}(\vec{P})$$

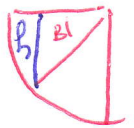
$$E_{cB} - E_{cA} = W_{AN}(\vec{P}) + W_{AN}(\vec{P})$$

$$E_{cA} = 0, V_A = 0$$

$$W(\vec{P}) = 0, \vec{P} \perp AN$$

$$W_{AN}(\vec{P}) = mgh$$

$$h = R \sin \beta$$



$$W_{AN}(\vec{P}) = mgR \sin \beta$$

$$E_c = mgR \sin \beta \text{ (في البيان)}$$

1- كتابة معادلة البيان

البيان عبارة في حد مستقيم حر في الهواء

$$E_c = a \sin \beta - 0 \text{ (في البيان)}$$

بيان كتلة m يتحرك بالبطاقة

بين 1 و 2

$$a = mgR, m = \frac{a}{gR}$$

$$a = \frac{\Delta E_c}{\Delta \sin \beta} = \frac{E_{c2} - E_{c1}}{\sin \beta_2 - \sin \beta_1}$$

$$a = \frac{(4 - 0) \cdot 0,5}{(5 - 0) \cdot 0,2} = 2J$$

$$m = \frac{2}{10 \times 0,8} = 0,25 \text{ kg}$$

$$m = 250 \text{ g}$$

$$(0,4) \quad E_D^0 - E_B = W_{BD}(\vec{p}) + W(\vec{R}) + W_{BD}(\vec{r})$$

$$(0,4) \quad E_D = 0 \quad , \quad v_D = 0$$

$$(0,25) \quad W_{BD}(\vec{r}) = -E_{CB} + mgr(1 - \cos\alpha)$$

$$W_{BD}(\vec{r}) = -2 + 0,4 \times 10 \times 0,8(1 - \cos 60)$$

$$(0,25) \quad W_{BD}(\vec{r}) = -1J$$

$$(0,12) \quad |W_{BD}(\vec{r})| = 1J$$

5.5